Задача A. Точки на прямій

Це інтерактивна задача.

Є n точок на числовій прямій, що мають цілі координати $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Гарантується, що $1 \leqslant x_i \leqslant n$ для $1 \leqslant i \leqslant n$.

Вважається, що точка x_k знаходиться між точками x_i та x_j тоді й тільки тоді, коли вона належить відрізку, побудованому на точках x_i та x_j. Формально точка x_k знаходиться між точками x_i та x_j тоді й тільки тоді, коли $x_i \leqslant x_k \leqslant x_j$ або $x_j \leqslant x_k \leqslant x_i$.

Вам потрібно знайти будь-які два індекси i та j такі, що всі n точок знаходяться між точками x_i та x_j.

Ви можете користуватися наступним запитом: вибрати три індекси $(i,\ j,\ k)$ та дізнатись, чи знаходиться точка x_k між точками x_i та x_j.

Вам дозволяється використати не більше ніж 22222 запитів.

Гарантується, що координати точок зафіксовані перед початком взаємодії. Іншими словами, **інтерактор не є адаптивним**.

Формат вхідних даних

У першому рядку задано одне ціле число n $(3 \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^4)$ — кількість точок.

Протокол взаємодії

Для виконання запиту потрібно вивести «`?` i j k» $(1 \leqslant i, j, k \leqslant n)$, після чого виведіть символ кінця рядка та виконайте операцію `flush`.

У відповідь на запит програма журі виведе одне ціле число f $(f \in \{0, 1\})$. Якщо $f = 1$, то точка x_k знаходиться між точками x_i та x_j; якщо $f = 0$, то точка x_k не знаходиться між ними.

Якщо запит невалідний (тобто перевищено максимальну кількість запитів або параметри запиту є невалідними), то програма журі виведе `-1` та припинить роботу. У такому випадку завершіть роботу програми, щоб отримати вердикт `Неправильна відповідь`.

Коли ви будете готові надати відповідь, виведіть її у форматі «`!` i j» $(1 \leqslant i, j \leqslant n)$, де i та j — шукані індекси точок. Після цього завершіть роботу програми.

Операція `flush` виконується наступним чином:

- `fflush(stdout)` або `cout.flush()` в `C++`;
- `System.out.flush()` в `Java`;
- `flush(output)` в `Pascal`;
- `sys.stdout.flush()` в `Python`.

Система оцінювання

1. (17 балів): $n \leqslant 20$;
2. (16 балів): $n \leqslant 100$;
3. (30 балів): $n \leqslant 10000$;
4. (23 бали): $n \leqslant 20000$, $x_i \leqslant 2$;
5. (10 балів): $n \leqslant 12000$;
6. (4 бали): без додаткових обмежень.

Приклад

standard input	standard output
4	
	? 1 4 2
1	
	? 1 4 3
1	
	! 1 4

Примітка

У прикладі точки мають координати $x = [1, 2, 3, 4]$.

Задача B. Подарунок Леді

На свій день народження Леді отримала подарунок — мережу. Мережа містить n вузлів, пронумерованих цілими числами від 1 до n. На кожному вузлі записана певна літера, для вузла з номером i позначимо цю літеру як s_i.

Між деякими парами вузлів є односторонні зв'язки. З кожного вузла виходить рівно один односторонній зв'язок. Нехай для вузла з номером i такий зв'язок веде у вузол з номером x_i. Зауважте, що x_i може бути рівним i — у такому випадку вважається, що зв'язок з вузла з номером i веде в цей самий вузол.

Нехай $p_{i,0} = i$ та $p_{i,k} = p_{x_i,k-1}$. Тобто $p_{i,k}$ — номер вузла, у якому опиниться фішка, якщо її помістити у вузол з номером i та k разів перенести її по зв'язку з поточного вузла.

Леді створила матрицю a розміру $n \times (3 \cdot n)$, де $a_{i,j} = s_{p_{i,j-1}}$. Тобто i-й рядок матриці a це послідовність з $3 \cdot n$ літер, де перша літера дорівнює s_i, друга літера — s_{x_i}, третя — $s_{x_{x_i}}$, і так далі...

Леді повідомила деякі рядки матриці a та просить Вас побудувати будь-яку мережу, що відповідає відомим рядкам матриці a.

Формат вхідних даних

У першому рядку задано одне ціле число n ($1 \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^3$) — кількість вузлів мережі.

У наступних n рядках задано опис матриці a. У кожному з рядків задано $3 \cdot n$ маленьких літер латинського алфавіту, що позначають відповідний рядок матриці a, або один символ «?», якщо відповідний рядок Леді не повідомила.

Гарантується, що існує хоча б одна мережа, яка відповідає заданим умовам.

Формат вихідних даних

У першому рядку виведіть рядок s з n маленьких літер латинського алфавіту — літери записані на вузлах мережі.

У другому рядку виведіть n цілих чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ($1 \leqslant x_i \leqslant n$) — номери вузлів, у які ведуть зв'язки з відповідних вузлів.

Матриця, яка відповідає цій мережі має бути рівною матриці a в усіх рядках, які повідомила Леді.

Якщо існує кілька правильних відповідей, дозволяється вивести будь-яку з них.

Система оцінювання

Нехай q — кількість рядків, які Леді не повідомила.

Назвемо мережу набором пар та одиничних вузлів, якщо мережу можна розбити на вузли, з яких зв'язок веде у самих себе (тобто $x_v = v$), та на пари вузлів (a, b) таких, що $x_a = b$ та $x_b = a$.

Назвемо мережу набором зірок, якщо мережу можна розбити на окремі «зірки», кожна з яких складається з головного вузла v, з якого зв'язок веде у самого себе (тобто $x_v = v$), та набору другорядних вузлів $y = \{y_1, y_2, \ldots, y_k\}$ такого, що $x_{y_i} = v$ для $1 \leqslant i \leqslant k$. Зауважте, що зірки в мережі можуть мати різні розміри та складатися лише з одного головного вузла.

Назвемо мережу деревом з коренем у вузлі v, якщо з вузла v зв'язок веде у самого себе (тобто $x_v = v$), та для кожного іншого вузла можливо потрапити до вузла v, використовуючи зв'язки мережі (тобто для кожного $1 \leqslant i \leqslant n$ існує таке k, що $p_{i,k} = v$).

Назвемо мережу циклом, якщо почавши у будь-якому вузлі можливо потрапити до будь-якого іншого вузла, використовуючи зв'язки мережі (тобто для усіх $1 \leqslant i, j \leqslant n$ існує таке k, що $p_{i,k} = j$).

1. (10 балів): $n \leqslant 5$, $q = 0$;
2. (6 балів): $n \leqslant 300$, $q = 0$, $x_{x_i} = i$ для $1 \leqslant i \leqslant n$ (мережа є набором пар та одиничних вузлів);
3. (6 балів): $n \leqslant 300$, $q = 0$, $x_{x_i} = x_i$ для $1 \leqslant i \leqslant n$ (мережа є набором зірок);
4. (9 балів): $n \leqslant 300$, $q = 0$, $x_1 = 1$ та $x_i < i$ для $2 \leqslant i \leqslant n$ (мережа є деревом з коренем у вузлі 1);
5. (9 балів): $n \leqslant 300$, $q = 0$, для усіх $1 \leqslant i, j \leqslant n$ існує таке k, що $p_{i,k} = j$ (мережа є циклом);

6. (13 балів): $n \leqslant 300$, $q = 0$;
7. (25 балів): $n \leqslant 300$;
8. (10 балів): $n \leqslant 2 \cdot 10^3$, $q = 0$;
9. (12 балів): без додаткових обмежень.

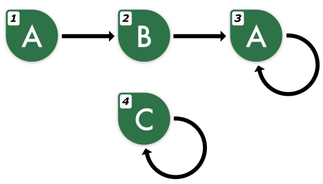
Приклади

standard input	standard output
4 abaaaaaaaaaa baaaaaaaaaaa aaaaaaaaaaaa cccccccccccc	abac 2 3 3 4
3 axaxaxaxa xxxxxxxxx ?	axx 3 2 1

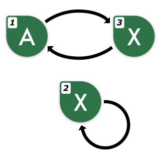
Примітка

У першому прикладі $x_1 = 2$ і $x_2 = 3$, тому $p_{1,0} = 1, p_{1,1} = 2, p_{1,2} = 3$. Через те, що $x_3 = 3$, усі $p_{1,k}$ для $k \geqslant 3$ теж дорівнюють 3. Відповідно друга літера першого рядка дорівнює s_2, а третя — s_3.

Знизу зображенні мережі з прикладів. Числа в кутку позначають номери вузлів, літери позначають записані на відповідних вузлах значення, а стрілки — односторонні зв'язки.



Мережа з першого прикладу



Мережа з другого прикладу

Задача C. Запити красот підмасивів

Назвемо *вагою* масиву цілих чисел b довжини m модуль суми його елементів, тобто $|b_1 + b_2 + ... + b_m|$.

Визначимо *красу* розбиття масиву c на кілька підмасивів як мінімальну *вагу* серед *ваг* підмасивів. Формально, *красою* розбиття масиву c на k підмасивів $[c_1, \ldots, c_{p_1}], [c_{p_1+1}, \ldots, c_{p_2}], \ldots, [c_{p_{k-1}+1}, \ldots, c_{p_k}]$, де $1 \leqslant p_1 < p_2 < \ldots < p_{k-1} < p_k = n$, є значення $\min(|c_1 + \ldots + c_{p_1}|, |c_{p_1+1} + \ldots + c_{p_2}|, \ldots, |c_{p_{k-1}+1} + \ldots + c_{p_k}|)$. Наприклад, розбиття масиву $[3, -6, 4, 5, -8]$ на підмасиви $[3, -6], [4], [5, -8]$ має *красу* $\min(|3+(-6)|, |4|, |5+(-8)|) = \min(3, 4, 3) = 3$.

Визначимо *красу* масиву c як максимальну *красу* серед усіх можливих його розбиттів на підмасиви.

Задано масив цілих чисел a довжини n.

Необхідно виконати q запитів. Запити бувають двох типів:

1. знайти *красу* масиву, що складається з елементів $[a_l, a_{l+1}, \ldots, a_r]$, де (l, r) — параметри запиту;
2. замінити елемент a_x на v, де (x, v) — параметри запиту.

Формат вхідних даних

У першому рядку задано два цілих числа n, q $(1 \leqslant n, q \leqslant 10^6)$ — довжина масиву a та кількість запитів відповідно.

У другому рядку задано n цілих чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(-10^9 \leqslant a_i \leqslant 10^9)$ — елементи масиву a.

У наступних q рядках задано по три цілі числа. Перше з чисел $type_i$ $(1 \leqslant type_i \leqslant 2)$ позначає тип запиту. Запити першого типу задані у форматі «`1 l r`» $(1 \leqslant l \leqslant r \leqslant n)$, а запити другого типу задані у форматі «`2 x v`» $(1 \leqslant x \leqslant n,\ -10^9 \leqslant v \leqslant 10^9)$.

Формат вихідних даних

Для кожного запиту першого типу в окремому рядку виведіть одне ціле число — *красу* відповідного масиву.

Система оцінювання

1. (4 бали): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $a_i > 0$ для $1 \leqslant i \leqslant n$;
2. (14 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $n, q \leqslant 1000$;
3. (10 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $n, q \leqslant 2 \cdot 10^5$, для кожного запиту існує оптимальне розбиття на не більше ніж 2 підмасиви;
4. (10 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $q \leqslant n \leqslant 2 \cdot 10^5$, $l_i = 1$, $r_i = i$ для $1 \leqslant i \leqslant q$;
5. (11 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $n, q \leqslant 2 \cdot 10^5$, $-5 \leqslant \sum\limits_{j=1}^{i} a_j \leqslant 5$ для $1 \leqslant i \leqslant n$;
6. (18 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$; $n, q \leqslant 2 \cdot 10^5$;
7. (9 балів): $type_i = 1$ для $1 \leqslant i \leqslant q$;
8. (16 балів): $n, q \leqslant 2 \cdot 10^5$;
9. (8 балів): без додаткових обмежень.

Приклади

standard input	standard output
6 4 1 -3 4 2 -5 6 1 1 6 1 2 3 1 2 5 1 1 1	5 3 3 1
5 6 1 -2 3 -4 5 1 1 4 1 2 3 2 3 -6 1 2 4 2 4 2 1 1 5	2 2 12 7

Примітка

У першому прикладі для третього запиту максимальна краса розбиття масиву $[-3, 4, 2, -5]$ досягається при розбитті на підмасиви $[-3], [4, 2], [-5]$.

У другому прикладі для першого запиту максимальна краса розбиття масиву $[1, -2, 3, -4]$ досягається при розбитті на підмасиви $[1, -2, 3], [-4]$.

Задача D. AND Масив

Задано ціле число b та масив невід'ємних цілих чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Всі елементи масиву a менші за 2^b.

Визначимо $f(s, p)$ ($1 \leqslant s \leqslant n$, $0 \leqslant p < b$) як результат виконання наступного псевдокоду:

```
res = 0
x = power(2, p)
for i = s to n:
    if ((x AND a[i]) == 0):
        x = (x OR a[i])
        res = res + i
повернути res
```

Тут «power(2, p)» позначає 2^p, «AND» позначає операцію *побітового І*, а «OR» позначає операцію *побітового АБО*.

Побітове І невід'ємних цілих чисел a та b дорівнює невід'ємному цілому числу, у якого у двійковому записі на певній позиції знаходиться одиниця тоді і тільки тоді, коли у двійкових записах a та b на цій позиції знаходяться одиниці. Наприклад, 3_{10} AND $5_{10} = 0011_2$ AND $0101_2 = 0001_2 = 1_{10}$.

Побітове АБО невід'ємних цілих чисел a та b дорівнює невід'ємному цілому числу, у якого у двійковому записі на певній позиції знаходиться нуль тоді і тільки тоді, коли у двійкових записах a та b на цій позиції знаходяться нулі. Наприклад, 3_{10} OR $5_{10} = 0011_2$ OR $0101_2 = 0111_2 = 7_{10}$.

Для кожного i від 1 до n знайдіть

$$f(i, 0) + f(i, 1) + \ldots + f(i, b-1)$$

Формат вхідних даних

У першому рядку задано два цілі числа n та b ($1 \leqslant n \leqslant 10^5$, $1 \leqslant b \leqslant 20$) — довжина масиву a та обмеження на елементи масиву відповідно.

У другому рядку задано n цілих чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ($0 \leqslant a_i < 2^b$) — елементи масиву a.

Формат вихідних даних

Виведіть n цілих чисел — шукані значення.

Система оцінювання

1. (10 балів): $n \leqslant 2\,000$;
2. (10 балів): $a_i = 2^k$, де k — ціле число;
3. (15 балів): $b \leqslant 8$;
4. (15 балів): $b \leqslant 12$;
5. (25 балів): $b \leqslant 16$;
6. (25 балів): без додаткових обмежень.

Приклади

standard input	standard output
5 3 0 2 1 3 4	23 20 16 14 10
3 2 1 3 2	4 3 3

Примітка

У першому прикладі $f(1, 0) = 1 + 2 + 5 = 8$, $f(1, 1) = 1 + 3 + 5 = 9$, $f(1, 2) = 1 + 2 + 3 = 6$, а перше з шуканих значень рівне $8 + 9 + 6 = 23$.