

## Задача А. Пиріжки

Всього Вус віддасть друзям  $3 \cdot m$  пиріжків. В нього ж залишиться  $n - 3 \cdot m$  пиріжків.

## Задача В. Середнє арифметичне

В задачі потрібно рішити рівняння  $\frac{a+b}{2} = c$  відносно змінної  $b$ .

$$a + b = 2 \cdot c$$

$$b = 2 \cdot c - a.$$

## Задача С. Козак Вус і друг на ВЮДОІ

Рішення — просимулювати процес, який описаний в умові. Якщо в друга за задачу  $x$  балів, то до кінця олімпіади в нього не може бути менше балів по цій задачі. Це означає, що якщо розглядати кількість балів певної задачі як множину, то ця множина має бути неспадною.

Автор задачі: Олександр Тимкович

Задачу підготував: Олександр Тимкович, Павло Ціцей

Розбір написав: Олександр Тимкович

## Задача D. Додай і мінімізуй

В розборі використовується нотація  $x \bmod y$ , що означає залишок від ділення числа  $x$  на  $y$ . Наприклад  $7 \bmod 3 = 1$ .

Якщо пронумерувати букви в алфавіті від 0 до 25 (тобто 'a'=0, 'b'=1, ..., 'z'=25) та зробити новий масив  $b$ , де  $b_i$  відповідає номеру букви  $s_i$ , то додавання, описане в умові, це  $(b_i + a_i) \bmod 26$ . Тепер наша задача — зробити масив  $(b_i + a_i) \bmod 26$  лексикографічно мінімальним для певної перестановки  $a$ .

Можна замітити, що  $(b_i + a_i) \bmod 26 = (b_i + (a_i \bmod 26)) \bmod 26$ . Це означає, що кожне  $a_i$  можна замінити на  $a_i \bmod 26$ .

Створимо масив підрахунку масиву  $a$ , тобто такий масив  $c$  що  $c_x$  — це кількість входжень числа  $x$  в масив  $a$ . Через те, що нам не грає ролі, в якій послідовності ставити елементи масиву, ми будемо працювати з їх кількістю.

Давайте для  $b_1$  виберемо таке  $x$ , що  $(b_1 + x) \bmod 26$  мінімальне. Після цього використаємо цей  $x$  та заберемо його з масиву підрахунку. Так само зробимо для  $b_2, b_3, \dots, b_n$ .

Таким чином ми завжди намагаємось мінімізувати префікс масиву, що гарантує лексикографічно мінімальний масив.

Автор задачі: Олександр Тимкович

Задачу підготував: Олександр Тимкович

Розбір написав: Олександр Тимкович

## Задача Е. Ворожі коні

Перший ключовий факт:

- Коні завжди б'ють клітинки протилежного кольору до того, на якій стоять

Другий ключовий факт:

- При  $n \neq 2$  нам вигідно розмістити всіх конів на клітинках одного кольору

Для отримання максимальної кількості конів які ми можемо розмістити на одній дошці при  $n \neq 2$ , порахуємо кількість клітинок кожного кольору:

- Чорні клітинки:  $\lfloor \frac{n^2}{2} \rfloor$
- Білі клітинки:  $\lceil \frac{n^2}{2} \rceil$

Коли ж  $n = 2$ , ми можемо розмістити конів у всіх  $n^2$  клітках, через те, що ні один не зможе дістати до іншого.

Тепер маючи максимальну кількість конів, яку ми можемо розмістити на одній дошці  $max$ , кількість дощок які потрібно для того, щоб розмістити  $K$  конів знаходиться за формулою:

$$re = \lceil \frac{K}{max} \rceil$$

Асимптотична складність:  $O(1)$

**Автор задачі:** Богдан Фейса  
**Задачу підготував:** Богдан Фейса, Павло Ціцей  
**Розбір написав:** Богдан Фейса

## Задача F. Тривіально? Ріши

Використаємо властивість найбільшого спільного дільника —  $\gcd(a, b) = \gcd(a, b - a)$ .

Узагальнимо її на множину  $a_1, \dots, a_n$ :  $\gcd(a_1, a_2, \dots, a_n) = \gcd(a_1, a_2 - a_1, \dots, a_n - a_1)$ .

Після операції  $+x$  до всього масиву, отримуємо

$$\gcd(a_1 + x, a_2 + x, \dots, a_n + x) =$$

$$\gcd(a_1 + x, a_2 + x - (a_1 + x), \dots, a_n + x - (a_1 + x)) =$$

$$\gcd(a_1 + x, a_2 - a_1, \dots, a_n - a_1)$$

,  
Бачимо, що змінилось тільки  $a_1$ . Це означає, що нам достатньо зберігати  $\gcd(a_2 - a_1, \dots, a_n - a_1)$  та виконувати операцію на додавання тільки з  $a_1$ .

**Автор задачі:** Олександр Тимкович  
**Задачу підготував:** Олександр Тимкович, Павло Ціцей  
**Розбір написав:** Олександр Тимкович