

## Задача А. Паралелепіпед

За формулою об'єму паралелепіпеду отримаємо відповідь  $n \cdot m \cdot k$ .

## Задача В. Внуки

Відповідь  $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$ .

## Задача С. Кольорові м'ячики

Автор задачі: Олександр Тимкович  
Задачу підготували: Олександр Тимкович, Фейса Богдан  
Розбір написав: Олександр Тимкович

У цій задачі достатньо перебрати всі можливі випадки: яка коробка буде містити тільки сині м'ячики, яка буде тільки жовті м'ячики і яка лишиться порожньою.

Наприклад, якщо ви хочете, щоб коробка містила тільки жовті м'ячики, то з неї потрібно переставити всі сині м'ячики. Якщо задача — зробити коробку пустою, то потрібно переставити всі м'ячики з неї.

## Задача D. Кольоровий рядок

Автор задачі: Олександр Тимкович  
Задачу підготував: Олександр Тимкович  
Розбір написав: Олександр Тимкович

Якщо в рядку кількість нулів дорівнює кількості одиничок, то відповідь «Yes». Один з можливих способів, пофарбувати всі одинички в червоний. Отримаємо в першому рядку всі нулі, а в другому всі одинички.

Чи може бути в інших випадках відповідь «Yes»? Ні, тому що в іншому випадку буде або нулів за багато що приведе до того, що в обох рядках буде 0 на однаковій позиції, або одиничок за багато.

## Задача Е. Фарбування камінців

Автор задачі: Олександр Тимкович  
Задачу підготував: Олександр Тимкович  
Розбір написав: Олександр Тимкович

Рішення для  $n \leq 1000$ :

Давайте перебирати колір, в який будуть пофарбовані всі камінці в кінці. Щоб знайти мінімальну кількість пофарбувань для певного кольору можна слідувати такому жадібному алгоритму:

- якщо колір камінця який ми перебираємо то йдемо далі;
- інакше, фарбуємо теперішній на наступний камінці в колір який перебираємо.

**повне рішення:**

Припустимо ми перебираємо колір  $C$ . За яку мінімальну кількість операцій можна пофарбувати відрізок  $[l, r]$  де крайні камінці кольору  $C$ , та інших камінців крім крайніх кольору  $C$  нема? З алгоритму до рішення  $n \leq 1000$  впливає відповідь  $\lfloor \frac{r-l}{2} \rfloor$ .

Можемо розбити масив на такі відрізки, та загальна відповідь для кольору  $C$  це сума відповідей на кожному відрізку. (Також потрібно не забути що можливо треба пофарбувати префікс і суфікс).

Отже рішення, це обчислювати кожен колір окремо. Для кольору  $C$  ми навели алгоритм з складністю  $O(\text{occ}(C))$  де  $\text{occ}(C)$  це кількість входжень числа  $C$  в масив. Сумарно для всіх кольорів рішення з складністю  $O(n)$ .

## Задача Ф. Попарний добуток

Автор задачі: Ціцей Павло  
Задачу підготував: Ціцей Павло  
Розбір написав: Ціцей Павло

$(a_1 + \dots + a_n)^2 = a_1^2 + \dots + a_n^2 + 2 \cdot (a_1 \cdot a_2 + \dots + a_1 \cdot a_n + a_2 \cdot a_3 + \dots + a_2 \cdot a_n + \dots + a_{n-1} \cdot a_n)$ . Потрібна нам частина знаходиться в других дужках, отже все що нам потрібно це квадрат суми на відрізьку та сума квадратів на відрізьку. Це можна знайти префікс сумою. Після чого поділити на 2 по модулю.

## Задача Г. Сашко-Конструктор масивів

Автор задачі: Ціцей Павло  
Задачу підготував: Фейса Богдан  
Розбір написав: Олександр Тимкович

Якщо максимальний простий дільник  $x$  більший за  $d$  то відповідь  $-1$ . Це так, тому що щоб отримати добуток рівний  $n$ , всі його прості дільники повинні бути використані.

Щоб знайти масив мінімальної довжини, можна слідувати такому жадібному алгоритму:

- якщо число рівне 1 то закінчити роботу.
- нехай  $k$  це максимальний дільник  $x$  який не більший за  $d$ . Записати в масив число  $k$  та розділити  $x$  на  $k$ .

Знаходити дільник можна зі складністю  $O(\sqrt{x})$ .

## Задача Н. Множини

Автор задачі: Ціцей Павло  
Задачу підготував: Ціцей Павло  
Розбір написав: Ціцей Павло

Відповідь  $(k + 1)^n$ .

Для  $k = 1$ , відповідь  $2^n$ , так як це кількість підмножин. Розглянемо любий  $k > 1$ . Так як нам не важливо яка множина розглядається, а важлива лише кількість елементів то можна згрупувати всі підмножини по кількості елементів. Тоді відповідь буде  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot f(i, k - 1)$ . За припущенням  $f(i, k - 1) = k^i$ , отже  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot f(i, k - 1) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \cdot k^i = (k + 1)^n$  за формулою біноміальних коефіцієнтів.