Розбір задачі «Важка задача»

Обійдемо матрицю спочатку по рядках, а потім по стовпцях (або навпаки), по ходу виписуючи довжини усіх послідовностей з білих символів, які йдуть підряд і які належать одному рядку. Для кожної послідовності довжини L існує $C(L,2) = \frac{L\cdot(L-1)}{2}$ можливих різних пар. Нам достатньо просто просумувати ці значення.

Розглянемо другий приклад з умови задачі:

```
...#
.#..
...#
```

Довжини послідовностей по горизонталі: 3, 1, 2, 3

Довжини послідовностей по вертикали: 3, 1, 1, 3, 1

Відповідь: $\frac{3\cdot2}{2} + \frac{1\cdot0}{2} + \frac{2\cdot1}{2} + \frac{3\cdot2}{2} + \frac{3\cdot2}{2} + \frac{1\cdot0}{2} + \frac{1\cdot0}{2} + \frac{3\cdot2}{2} + \frac{1\cdot0}{2} = 3 + 1 + 3 + 3 + 3 = 13$

Складність рішення: $O(nm)$.

Джерело: III етап Білоруської республіканської олімпіади 2010

Розробник: Марко Гришечкін

Розбір задачі «Простецькі числа»

Переберемо довжину `len2` другої частини: від d до $\max(d, \texttt{length}(n))$ — очевидно, що більші значення розглядати смислу немає. Тепер, по перше, якщо $\texttt{length}(n) - \texttt{len2} >= d$, то спробуємо взяти цю першу частину із числа n, і якщо вона виявилась простою, то ми повинні взяти другу частину числа n і знайти наступне просте число після неї (при цьому потрібно врахувати, що це число має мати довжину, рівну довжині другої частини, тобто не починається з нуля). По друге, ми можемо взяти першу частину більшу, чим вона в числі n, тоді другу частину ми беремо як можна меншу (знову ж, враховуючи, що вона повинна мати певну довжину). З усіх знайдених відповідей вибираємо мінімум і виводимо його. Залишилось тільки навчитися достатньо швидко знаходити наступне просте число після заданого, але при даних обмеженнях це можна було робити досить просто: збільшувати число на 1, поки не дійдемо до простого числа (перевірку на простоту також можна було робити самим простим способом).

Джерело: Харківська ЗКШ 2009

Розробник: Марко Гришечкін

Розбір задачі «K блоків»

Звичайна динаміка була б зберігати $dp_{i,j}$ — мінімальна вартість розбиття перших i чисел масиву на j блоків. Будемо рахувати динаміку перебираючи спочатку j від 1 до k. Тоді можемо одразу перейти до лінійної динаміки dp_i — мінімальна вартість розбиття перших i чисел масиву, а значення j буде відповідати номеру ітерації на якій ми перераховуємо динаміку.

Припустимо, що ми знаємо динаміку для j-го кроку, і хочемо перерахувати її для $j+1$-го кроку. Будемо перераховувати її від 1 до n. На i-у кроці ми маємо порахувати $dp'[i]$ (dp' — динаміка що відповідає $k = j + 1$). Будемо підтримувати масив c — на i-у кроці значення c_x буде відповідати максимальну значенню у масиві a на відрізку $[x \dots i]$.

Для зручності додамо новий масив $opt_x = dp_x + c_{x+1}$. Тоді на i-у кроці $dp'[i]$ буде рівне мінімальному значенню opt від 0 до $i - 1$. Щоб знаходити мінімальне значення на відрізку можна використовувати дерево відрізків. Тепер розглянемо як оновлювати масив opt, коли ми переходимо до кроку $i+1$. По-перше, масив c буде незростаючим, бо значення c_x буде завжди не менше за c_{x+1}. Звідси, замість масиву c можна зберігати послідовність пар (len, val), де len це довжина відрізку на якому усі числа c_x мають значення val. При переході до кроку $i + 1$, значення c зміниться лише на деякому суфіксі цього масиву, тож можна брати елементи з кінця поки значення val там менше за a_{i+1}, додавати число $a_{i+1} - val$ на відповідному відрізку у масиві opt, та після цього об'єднувати розглянуті відрізки у один із значенням len рівним сумарній довжині усіх відрізків, а $val = a_{i+1}$.

Асимптотика такого рішення буде $O(n * k * log(n))$.

Щоб позбутись логарифму, можна разом із парою (len, val) зберігати мінімальне значення opt на відповідному відрізку.

Джерело: Жаутиковська олімпіада 2014

Розробник: Даніїл Смельський

Розбір задачі «Кількість паліндромів»

Для початку перевіримо кожен підрядок чи є він паліндромом чи ні, одночасно підрахуємо їх кількість (складність $O(n^2)$). Далі необхідно зрозуміти, що відбувається при доданні «?». Нехай x – позиція зміни символу, переберемо всі індекси i. Очевидно, що якщо $s_x = s_i$, або $s_i =$ «?», то нічого не зміниться. Розглянемо випадок коли $s_x \neq s_i$, та $s_i \neq$ «?». Рядок, кінцями якого є ці символами, може стати паліндромом, але тільки у випадку, коли підрядок, який не містить цих двох символів є паліндромом. Також аналогічно тепер можуть стати паліндромами і рядки довжиною на 2 більше. Таким чином складність залишається $O(n^2)$.

Джерело: Літні навчально-тренувальні збори 2009

Розробник: Даніїл Смельський